

УДК 514.824

**П.О. Якушенко**

Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва, Россия

**САМОФОКУСИРОВКА ИЗЛУЧЕНИЯ КАК КОЛЛАПС  
ВОЛНОВОГО ВЕКТОРА**

В данной статье предлагается подход ОТО к явлению самофокусировки. Показатель преломления рассматривается как компонента метрического тензора, а добавка к показателю преломления из-за нелинейных эффектов в области самофокусировки как дополнительное искривление, которое компенсирует дифракционную расходимость, стягивая траектории фотонов внутрь так, что фотоны в области самофокусировки, распространяющиеся под определенными углами, испытывают коллапс и не выходят за волноводную область.

**Ключевые слова:** диэлектрическая проницаемость, показатель преломления, метрический тензор, искривление, самофокусировка, коллапс.

**P.O. Yakushenkov**Physical Institute, Russian Academy of Sciences,  
P.N. Lebedeva RAS, Moscow, Russia**SELF-FOCUSING, AS THE COLLAPSE  
OF THE WAVE VECTOR**

This article proposes a GRT approach to the phenomenon of self-focusing. The refractive index is considered as a component of the metric tensor, and the addition to the refractive index due to nonlinear effects in the self-focusing area is considered as an additional curvature that compensates diffraction divergence by pulling photon trajectories inward so that photons in the self-focusing area propagating at certain angles experience collapse and do not go beyond the waveguide region.

**Keywords:** permittivity, refractive index, metric tensor, curvature, self-focusing, collapse.

**Введение**

Подход, предлагаемый в этой статье, отличается от подхода квантовой механики или классической электродинамики к оптическим задачам. Здесь основой является общая теория относительности (ОТО). Показатель преломления рассматривается не как поправка к скорости света, а как к течению времени, то есть меняется метрика, координата времени искривляется, и свету нужно пройти больший путь по кривому, а не по прямому пути. Потенциальная яма в уравнении Шредингера рассматривается как потенциальная энергия, искривляющая пространство и траектории, то есть тоже как изменение метрики.

Сама идея обыграть самофокусировку как коллапс появилась из работы про диэлектрическую проницаемость [1] и про массу-искривление [2], то есть стало понятно, какую метрику нужно писать, чтобы излучение не выходило за область самофокусировки. Первая часть посвящена общему подходу, а вторая – метрике для неплоского волнового фронта, а именно если между волновыми векторами фотонов имеется угол, и, наконец, третья про применимость этого всего к самофокусировке, то есть изменение метрики, которое компенсирует расходимость лучей и не дает им проходить через волновод.

### Диэлектрическая проницаемость

В электродинамике считается, что скорость света в веществе изменяется, однако в теории относительности скорость света во всех системах отсчета одинакова. В данной работе предлагается рассмотреть распространение света в веществе с точки зрения ОТО и ввести эффективную метрику, такую, что  $dt' = dt\sqrt{g_{00}}$ , где  $\sqrt{g_{00}}$  – компонента метрического тензора и  $n = \sqrt{\varepsilon} = \sqrt{g_{00}}$ , то есть скорость света не меняется, а меняется траектория в четырехмерном пространстве за счет увеличения пути по координате времени.

Согласно уравнению Эйнштейна, электрические и магнитные поля тоже вносят вклад в искривление пространства, так как входят в тензор энергии-импульса-материи:

$$R^{ab} - \frac{1}{2} g^{ab} R = \frac{8\pi G}{c^4} T^{ab},$$

где кривизна  $R = g_{ab}R^{ab} = R_a^a = R_0^0 + R_1^1 + R_2^2 + R_3^3$ ,  $R_{akb}^k = g_d^c R_{abc}^d = R_{ab}$  – тензор Риччи,  $R_{abc}^d$  – тензор Римана,  $g_d^c$  – метрический тензор, известные в дифференциальной геометрии; если, например  $ds'^2 = c^2 dt'^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$ , значит,  $cdt' = cdt\sqrt{1 - v^2/c^2}$ , то  $\sqrt{g_{00}} = \sqrt{1 - v^2/c^2}$ , а  $T^{ab}$  – это тензор энергии-импульса-материи, по определению такой, что [3]  $\delta S = \frac{-1}{2c} \int d^4x \sqrt{-g} T^{ab} \delta g_{ab}$ , где  $g = \det g_{ab}$ ,

$S = \frac{1}{c} \int L d^4x$  – действие сил,  $L$  – лагранжиан, известные в теоретической механике,  $x = (x^0, x^1, x^2, x^3)$ , где  $dx^0 = cdt$ .  $S_m = \Sigma_n \left( -m_n c \int \sqrt{g_{ab} dx_n^a dx_n^b} - \frac{e_n}{c} \int A_c(x_n) dx_n^c \right) - \frac{1}{16\pi c} \int d^4x \sqrt{-g(x)} g^{km} g^{lh} F_{kl} F_{mh}$ ,

где  $F_{kl} = \partial_k A_l - \partial_l A_k$  – это тензор из компонентов электрических и магнитных полей,  $A_k$  – векторный потенциал, известные в теоретической физике, то есть из выражения для действия сил видно, что электромагнитные поля добавляют искривление.

В данной работе предполагается, что в веществе из-за  $\epsilon$  появляются дополнительное поле  $4\pi\mathbf{P}$  ( $\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}$ ) и дополнительный потенциальный барьер  $U$  в уравнении Шредингера. Он очень маленький для массивных частиц, так как электромагнитное поле на изменение пространства-времени не сильно влияет, и частица с массой  $m$  этого даже не почувствует ( $mc^2 \gg U$ ). Но фотон, масса и заряд которого равны нулю, чувствует барьер, и для него барьер существенный, и существенно меняются действие, траектория и путь.

### Масса-искривление

Ранее в работе [2] рассматривался случай неплоского фронта распространения света, то есть между волновыми векторами двух фотонов был угол, тогда бифотонному состоянию приписывалась масса, как формальная константа, исходя из закона сохранения энергии;  $m^2 c^4 = E^2 - p^2 c^2$ , энергия двух фотонов  $E = 2\hbar\omega$ , импульс  $p = 2\hbar k = 2\hbar\omega \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) / c$ , а значит,  $m = 2\hbar\omega \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) / c^2$ .

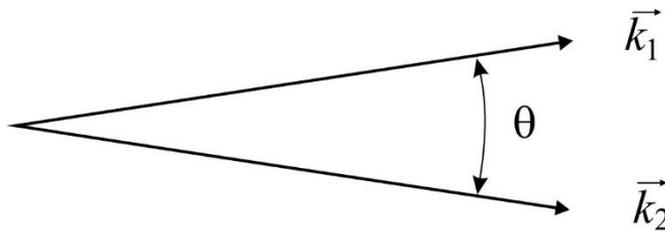


Рис. 1. Угол между волновыми векторами

В таком случае мы получим, что скорость распространения  $v = c^2 p / E$  будет  $c \sqrt{1 - m^2 c^4 / E^2}$ . Развивая дальше данную мысль, поскольку скорость света не меняется, а меняется метрика, и раз показатель преломления  $n = \sqrt{g_{00}} = c / v$ , тогда, поскольку и масса фотона равна нулю, можно считать эту массу также искривлением вследствие неплоского фронта распространения. Следовательно, вместо массы можно приписать искривление, которое дает угол между фотонами, как и наоборот, а вместо скорости, отличной от  $c$ , можно приписать показатель преломления, равный корню из метрического тензора. Тогда получим, что  $\sqrt{g_{00}} = c / v = 1 / \sqrt{1 - m^2 c^4 / E^2} = 1 / \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \sqrt{2 / (1 + \cos \theta)}$ . Тогда при углах расходимости порядка 0,1 получим, что показатель преломления, который может быть вычислен по данной формуле, порядка нескольких тысячных, как и разница показателей преломления в кварцевых световодах, например.

### Самофокусировка, как коллапс

Сначала поясним, почему самофокусировку предлагается обыгрывать как коллапс при таком подходе. Коллапс – это явление, которое случается во многих областях: при коллапсе звезды в черную дыру масса звезды проходит через горизонт событий, но за пределы гравитационного радиуса назад не возвращается; при транспортном коллапсе автомобили въезжают в пробку, но оттуда не выезжают, образуя стокилометровые заторы; при коллапсе на финансовых рынках инвесторы вкладывают деньги, но назад их не получают, образуются куча долгов и кризис. Если рассмотреть область самофокусировки как область сердцевины волновода с повышенным показателем преломления из-за нелинейных эффектов, то в этом волноводе лучи, расходимость которых меньше угла полного внутреннего отражения, будут оставаться там. То есть, если угол полного внутреннего отражения больше угла дифракционной расходимости, лучи под таким углом будут входить в волновод, а из него не выходить. Таким образом, для фотонов образуется некая область «чёрных углов» в волноводе, как для частиц звезды область чёрной дыры внутри гравитационного радиуса.

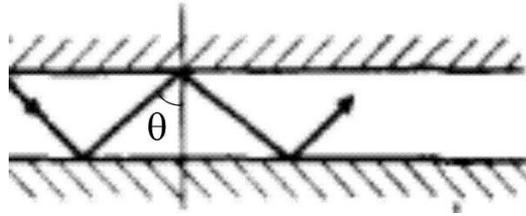


Рис. 2. Волновод и угол полного внутреннего отражения

Итак, представим, что повышенный показатель преломления в области самофокусировки образует волновод, то есть добавляет искривление так, что угол дифракционной расходимости компенсируется углом сходимости, который добавляется искривлением (добавкой в метрический тензор). При дифракционной расходимости пучок расходится под углом расходимости  $\theta_{\text{диф}} = 1,22\lambda/Dn_0$ . Если пучок сходится, как в волноводе, то угол полного внутреннего отражения:  $\cos\theta_c = n_0/(n_0 + n_2l)$ .  $1 - \cos\theta_c \approx n_2l/n_0$ , значит,  $\theta_c^2 \approx 2n_2l/n_0$ . Чтобы пучок не расходился, а сходился, надо, чтобы  $\theta_{\text{диф}} = \theta_c$  или даже меньше, а для этого мощность  $P = c \cdot n_0 \cdot I \cdot D^2/32$  должна быть равна пороговой мощности самофокусировки  $P_{\text{п}} = c \cdot (0,61\lambda)^2/16n_2$  [4].

Получим, что при обычной дифракционной расходимости в области с дополнительным искривлением пространства-времени (в области волновода с повышенным показателем преломления), которое искривляет траектории, добавляя угол сходимости, компенсируется дифракционная расходимость. Для пятна диаметром порядка 100 мкм и длины волны порядка 10 мкм угол дифракционной расходимости порядка 0,1, а для обеспечения угла сходимости такого же порядка необходимо обеспечить разницу показателей преломления, порядка нескольких тысяч, как было вычислено выше. Можно представить, что в зоне самофокусировки пространство-время имеет искривление, которое стягивает траектории под углом полного внутреннего отражения, то есть если лучи расходились под углом дифракции, равным ему, то они стянутся в параллельный пучок. Ну, а наоборот, параллельный пучок превратится в пучок с углом расходимости, равным углу полного внутреннего отражения, который потом перейдет в параллельный. Собственно самофокусировка образует искривление и волновод, где обеспечиваются разные показатели преломления, аппретурный угол сходимости и компенсируется расходимость:  $n_2l = \Delta n = \sqrt{g_{00}} = \sqrt{2/(1 + \cos\theta)}$ .

### Заключение

В заключение подытожим суть подхода и результаты. Показатель преломления, известный из электродинамики, не является поправкой к скорости света, а является компонентом метрического тензора  $n = \sqrt{\varepsilon} = \sqrt{g_{00}}$ , который отвечает за искривление координаты времени, таким образом, траектория становится более искривленной, и по кривому пути свету надо пройти больший путь, чем по прямому. Если у фотонов имеется угол расходимости между ними, то это равносильно появлению искривления, вызванного неплоским фронтом распространения, которое также может быть описано массой, как формальной константой и показателем преломления:  $n = \sqrt{g_{00}} = \sqrt{2/(1 + \cos \theta)}$ . В области самофокусировки (в волноводной области с повышенным показателем преломления) появляется дополнительное искривление из-за нелинейности показателя преломления:  $n_2 I = \Delta n = \sqrt{g_{00}} = \sqrt{2/(1 + \cos \theta)}$ , которое дает дополнительный угол сходимости, компенсируя дифракционную расходимость. Таким образом, область пучка, где мощность превышает пороговую мощность самофокусировки, образует волновод с повышенным показателем преломления  $n_2 I = \Delta n$ , где траектории лучей стягиваются под углом полного внутреннего отражения, не выпуская изнутри фотоны, угол расходимости между которыми был меньшим, то есть фотоны в данной области, распространяющиеся под такими углами, испытывают коллапс.

### Список литературы

1. Якушенков П.О. Диэлектрическая проницаемость с точки зрения ОТО // сб. тр. VIII Междунар. конф. по фотонике и информац. оптике. – М., 2019.
2. Lorentz-invariant mass and entanglement of biphoton states / S.V. Vintskevich [et. al.] // Laser Phys. Lett. – 2019. – 16 065203.
3. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Теоретическая физика. Теория поля. Т. 2. – М., Наука, 1988. – 509 с.
4. Сивухин Д.В. Общий курс физики: в 5 т. Т. IV: Оптика. – М.: Физматлит; Изд-во МФТИ, 2004.
5. Komissarov Serguei S. Blandford-Znajek mechanism versus Penrose process / Department of Applied Mathematics. – 2008. – The University of Leeds, Leeds, LS2 9GT, 24.

6. Вергелес С.С. Электродинамика сплошных сред, отдельные вопросы / МФТИ. – 2016. – 38 с.

### References

1. Yakushenkov P.O. Dielektricheskaya pronitsaemost' s točki zreniia OTO [Dielectric constant from the point of view of general relativity]. *Sbornik trudov VIII Mezhdunarodnoi konferentsii po fotonike i informatsionnoi optike*. Moscow, 2019.

2. Vintskevich S.V. et al. Lorentz-invariant mass and entanglement of biphoton states. *Laser Phys. Lett.*, 2019, 16 065203.

3. Landau L.D., Livshits E.M. Teoreticheskaya fizika. Teoriya polya. Tom 2 [Theoretical physics. Field theory. Volume 2]. Moscow: Nauka, 1988, 509 p.

4. Sivukhin D.V. Obshchii kurs fiziki. Tom IV: Optika [General course of physics. Volume IV: Optics]. Moscow: Fizmatlit, Moskovskii fiziko-tehnicheskii institut, 2004.

5. Komissarov Serguei S. Blandford-Znajek mechanism versus Penrose process. The University of Leeds, Leeds, Department of Applied Mathematics, 2008, LS2 9GT, 24.

6. Vergeles S.S. Elektodinamika sploshnykh sred, otdel'nye voprosy [Electrodynamics of continuous media, selected issues]. Moscow: Moskovskii fiziko-tehnicheskii institut, 2016, 38 p.

#### Сведения об авторе

**ЯКУШЕНКОВ Павел Олегович**

e-mail: loss24680@yandex.ru

Младший научный сотрудник, Физический институт академии наук, Москва, Россия

#### About the author

**YAKUSHENKOV Pavel Olegovich**

e-mail: loss24680@yandex.ru

Physical Institute of the Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation

**Финансирование:** работа выполнена в рамках госзадания ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН № 075-01110-23-01.

**Конфликт интересов:** автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

**Вклад авторов:** вклад автора 100 %.

**Получена:** 12.04.2023

**Одобрена:** 16.04.2023

**Принята к публикации:** 20.04.2023

**Conflict of Interest:** the authors declare no conflict of interest.

**Author Contributions:** all authors have made an equivalent contribution to the publication.

**Received:** 12/04/2023

**Approved:** 16/04/2023

**Accepted for publication:** 20/04/2023

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом: Якушенок, П.О. Самофокусировка излучения, как коллапс волнового вектора / П.О. Якушенок // Прикладная фотоника. – 2023. – Т. 10, № 2. – С. 74–81.

Please cite this article in English as: P.O. Yakushenkov

Self-focusing, as the collapse of the wave vector // Applied photonics, 2023, no. 3, pp. 74-81.