УДК 535.2(076.5)

П.О. Якушенков

Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН,
Москва, Российская Федерация

КОМПЛЕКСНЫЙ ПОКАЗАТЕЛЬ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ПРИ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭФФЕКТАХ

Показатель преломления при самофокусировке рассматривался как компонента метрического тензора, т.е. как искривление пространства-времени. Однако возник интерес – как быть, если показатель преломления комплексный. Если ввести комплексный метрический тензор, то комплексная часть не будет искривлять пространство-время. В то же время при нелинейных эффектах будут возникать затухающие моды, т.е. если n линейный, то поглощение будет α, но если $n = n_1 + n_2 I$, то тогда поглощение будет другим, о чем и пойдет речь в данной статье.

Ключевые слова: комплексная диэлектрическая проницаемость, комплексный показатель преломления, метрический тензор, искривление, нелинейные эффекты, комплексный угол преломления, поглощение.

P.O. Yakushenkov

P.N. Lebedev Physical Institute of the Russian Academy of Sciences,
Moscow, Russian Federation

COMPLEX REFRACTIVE INDEX WITH THE PRESENCE OF NONLINEAR EFFECTS

The refractive index during self-focusing was considered as a component of the metric tensor, it means, as a curvature of space-time. However, there was an interest – what will be, if the refractive index is complex. If we introduce a complex metric tensor, then the complex part will not curve space-time. At the same time, with the presence of nonlinear effects, damping modes will occur, it means, if n is linear, then the absorption will be α, but if $n = n_1 + n_2 I$, then the absorption will be different, which will be discussed in this article.

Keywords: complex permittivity, complex refractive index, metric tensor, curvature, nonlinear effects, complex refraction angle, absorption.

Введение

В работе [1] «Самофокусировка излучения, как коллапс волнового вектора» вещественный показатель преломления рассматривался как компонента метрического тензора $n = \sqrt{\varepsilon} = \sqrt{g_{00}}$ ($dt` = dt\sqrt{g_{00}}$), и общая идея состояла в том, что скорость света в веществе не меняется, а искривляется путь в четырехмерном пространстве, и свету нужно пройти больший путь по искривленной координате времени, чем по прямой. Было вычислено действие дополнительного искривления пространства-времени из-за дополнительного поля $4\pi\mathbf{P}$ ($\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}$) – в зоне повышенного показателя преломления траектории лучей стягиваются на угол θ,

$$\sqrt{g_{00}} = \mathrm{c/v} = 1/\sqrt{1 - m^2c^4/E^2} = 1/\cos\left(\frac{\theta}{2}\right),$$

где масса m – формальная константа, которой можно также это описать. Ее можно приписать, исходя из закона сохранения энергии [2], в случае неплоского фронта распространения света (когда между фотонами есть угол θ): $m^2c^4 = E^2 - p^2c^2$, энергия двух фотонов $E = 2\hbar\omega$, импульс $p = 2\hbar k = 2\hbar\omega\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)/c$, а значит, $m = 2\hbar\omega\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)/c^2$.

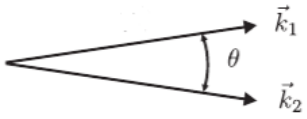

Рис. 1. Угол между волновыми векторами

Однако возник интерес, как при таком подходе описать комплексный показатель преломления. Прежде всего комплексный показатель преломления отвечает за поглощение, которое является таким коэффициентом, который описывает вероятность для одного фотона поглотиться или нет и долю фотонов, которые поглотятся, для группы фотонов. В то время как действительный показатель преломления действует на все фотоны, даже если рассмотреть случай обыкновенной и необыкновенной волны, то они будут отличаться поляризацией (т.е., вернее было бы сказать, – действительный показатель преломления одинаково действует на все фотоны одинаковой поляризации).

Формально можно ввести комплексный метрический тензор, аналогичный комплексной диэлектрической проницаемости и показателю

преломления ($k_0 n`` = \alpha / 2$ в линейном случае, $\alpha$ – поглощение) $\sqrt{g_{00}} = \sqrt{\varepsilon` + i\varepsilon``} = n` + in``$, однако масса, о которой излагалось выше, будет описывать только действительную часть метрического тензора, которая искривляет пространство-время, в отличие от мнимой. Как и при описании осцилляции массы нейтрино, вводя $\sqrt{g_{00}}$ = c/v, который будет зависеть от угла между импульсом и волновым вектором, нейтрино приобретает массу, когда g_{00} становится комплексным, но комплексные компоненты метрического тензора не искривляют пространство-время, т.е. комплексный метрический тензор не имеет смысл искривления. Однако фотону можно приписать массу как формальную константу, если фронт распространения волны не плоский, описав это искривлением и действительной частью метрического тензора, а нейтрино приобретает массу по-другому (это связано с гамильтонианом нейтрино). Следовательно, если просто ввести комплексный метрический тензор, то массой, смысл которой в искривлении, поглощение описать нельзя, будет возникать масса, смысл которой не в искривлении траекторий, а в поглощении энергии (как масса нейтрино).

Линейный коэффициент поглощения

Комплексную диэлектрическую проницаемость можно получить из уравнений Максвелла:

$$rotH = \frac{4\pi j}{c} + \frac{\partial D}{c\partial t} = \frac{4\pi\sigma E}{c} + \frac{\varepsilon\partial E}{c\partial t} = E\left(\frac{4\pi\sigma}{c} + \frac{i\varepsilon\omega}{c}\right) = \frac{i\omega E}{c}\left(\varepsilon + \frac{4\pi\sigma}{i\omega}\right) = \frac{i\omega E}{c}\varepsilon^*(\omega),$$

где $\varepsilon^*(\omega)$ – комплексная диэлектрическая проницаемость, но здесь предполагается, что диэлектрическая проницаемость не зависит от поля, а при нелинейных эффектах зависимость существенна.

Если вывести коэффициент поглощения из комплексного показателя преломления, то мы получим закон Бугера:

$$n` + in`` = \sqrt{\varepsilon` + i\varepsilon``},\ n' = \sqrt{\frac{\varepsilon' + \sqrt{\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2}}{2}} \text{ и } n'' = \sqrt{\frac{-\varepsilon' + \sqrt{\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2}}{2}},$$

тогда $k = k_0 n = k_0 n` + ik_0 n``$, а $E = E_0 e^{i(kr - \omega t)} = E_0 e^{-k_0 r n``} e^{i(n` k_0 r - \omega t)}$, и, наконец, интенсивность $I = E^2 = E_0^2 e^{-2k_0 r n``} e^{2i(n` k_0 r - \omega t)}$ – т.е. если $k_0 n`` = \alpha / 2$, то

интенсивность убывает по закону Бугера. Но здесь мы опять предполагаем, что показатель преломления не зависит от интенсивности, т.е. без нелинейных эффектов. Таким образом этот коэффициент поглощения α не предполагает зависимости от интенсивности света, а зависимость α от длины волны – это достаточно известная V-образная кривая, левая часть которой связана с электронным поглощением, а правая часть с молекулярным (с колебательными и вращательными степенями свободы), причем энергия квантов света для электронного поглощения – единицы эВ, для молекулярного поглощения связанная с колебательными степенями свободы – сотые эВ, а для поглощения связанного с вращательными степенями свободы молекул ~10^{-4} эВ. Например, в световодах для минимальных потерь передачи выбирается длина волны, на которой α(ω) минимально.

Действительный и комплексный показатель преломления, как и диэлектрическая проницаемость, связаны между собой. Есть известные соотношения Крамерса – Кронига:

$$\varepsilon`(\omega) = 1 + \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\epsilon``(x)\,dx}{x-\omega} \text{ и } \varepsilon``(\omega) = \frac{-1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\epsilon`(x)-1}{x-\omega}\,dx,$$

которые связывают действительную и мнимую часть диэлектрической проницаемости, однако это тоже линейный случай, т.е. тоже без нелинейных эффектов. В присутствии нелинейных эффектов комплексная диэлектрическая проницаемость и, соответственно, коэффициент поглощения будут другие, будут возникать эффекты насыщения, если интенсивность света большая, а также волновые эффекты из-за повышенного показателя преломления, вызванного пучком света (как правило, в сильно нелинейных средах с большим нелинейным показателем преломления), о чем речь пойдет ниже.

Комплексный угол преломления

Рассмотрим для начала случай, когда из среды с большим показателем преломления (например, из воды) под углом, большим, чем угол полного внутреннего отражения (например, 85°), идет волна в среду с меньшим показателем преломления (например, в воздух). Показатель преломления воды n_1 = 1,33, а воздуха n_2 = 1, как на рис. 2. И будем искать угол преломления, т.е. $\theta_1 = 85°$, а нужно найти угол θ_2. Затем рассмотрим еще коэффициент отражения.

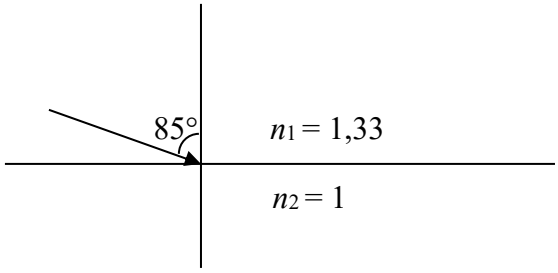

Рис. 2. Угол, больший угла полного внутреннего отражения

Согласно закону Снеллиуса, $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$, т.е. $\sin\theta_2 = 1{,}32$, это будет означать, что угол θ_2 – комплексный, поясним, что это значит:

$$\cos\theta_2 = \sqrt{1-(\sin\theta_2)^2} = 0{,}86i\,.$$

Тогда для поля волны мы имеем:

$$E = E_0 e^{i(kr-\omega t)} = E_0 e^{i\left(k_y * y\cos\theta_2 + k_x * x\sin\theta_2 - \omega t\right)} = E_0 e^{i\left(0{,}86i * y k_y + 1{,}32 x k_x - \omega t\right)} =$$
$$= E_0 e^{-0{,}86 y k_y} e^{i(1{,}32 x k_x - \omega t)},$$

т.е. будут возникать затухающие (эванесцентные) моды. Эти затухающие моды не связаны с поглощением α за счет электронного или молекулярного поглощения в веществе, этот эффект связан с появлением границы раздела, где по одну сторону от нее больший, а по другую меньший показатель преломления.

Теперь рассмотрим, что при этом будет с коэффициентом отражения. Согласно формулам Френеля, коэффициенты отражения для поляризаций [7]:

$$R_{\text{TE}} = \frac{n_1\cos\theta_1 - n_2\cos\theta_2}{n_1\cos\theta_1 + n_2\cos\theta_2} = \frac{n_1\cos\theta_1 - \sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\theta_1}}{n_1\cos\theta_1 + \sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\theta_1}},$$

$$R_{\text{TM}} = \frac{n_2\cos\theta_1 - n_1\cos\theta_2}{n_2\cos\theta_1 + n_1\cos\theta_2} = \frac{n_2^2\cos\theta_1 - n_1\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\theta_1}}{n_2^2\cos\theta_1 + n_1\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\theta_1}}.$$

Если $\cos\theta_2 = 0{,}86i$, то коэффициент отражения будет комплексным. Если $I = E^2$, то рассмотрим:

$$\mathrm{RI} = R_0 e^{i\varphi} E_0^2 e^{2i(kr-\omega t)} = R_0 E_0^2 e^{i(\varphi+2kr-2\omega t)} = R_0 E_0^2 e^{-1,72yk_y} e^{i(\varphi+2,64xk_x-2\omega t)}.$$

Мы будем наблюдать дополнительное затухание и изменение фазы волны, т.е. затухание, связанное с границей раздела, – это волновой эффект. Таким же образом работают слоистые структуры, например SESAM, при их использовании в качестве затвора для генерации лазерных импульсов [8].

Поглощение при нелинейных эффектах, затухающие моды

При рассмотрении нелинейных эффектов, когда $n = n_1 + n_2\mathrm{I}$, например, в материалах с большим нелинейным показателем преломления или при достаточно высокой интенсивности, когда $n_2\mathrm{I}$ будет существенно влиять, т.е. будут наблюдаться нелинейные эффекты, такие как самофокусировка, будет возникать волноводная область с повышенным показателем преломления.

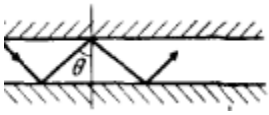

Рис. 3. Волновод и угол больший угла полного внутреннего отражения

Если рассмотреть в волноводной области лучи, идущие под углом, большим угла полного внутреннего отражения, т.е., например, моды высших порядков, то мы будем получать затухающие (эванесцентные) моды вне волноводной области, которые известны всем специалистам по волноводам. Поэтому толщина оболочки, которая имеет меньший показатель преломления по сравнению с сердцевиной, выбирается равной $3/\alpha$. Итак, из вышеизложенного следует, что при нелинейных эффектах, когда $n = n_1 + n_2\mathrm{I}$, образуется область (в области пучка света) с повышенным показателем преломления, которая образует волновод, и образуется граница раздела между областями с большим и меньшим показателем преломления для лучей света, распространяющихся под углом, большим угла полного внутреннего отражения (например, для волноводных мод высших порядков), будут возникать затухающие моды вне волноводной области, что будет увеличивать затухание волны, – этот эффект является волновым эффектом и не связан с поглощением α в веществе за счет электронного или молекулярного поглощения.

Также при больших интенсивностях, сравнимых с $I_s = \mathrm{h}\nu/\sigma_{gs}$, где σ_{gs} – сечение поглощения, будет наблюдаться насыщение поглощения и $\alpha(I) = \alpha_0/(1 + I/I_s)$. На этом эффекте также можно сделать затвор для генерации лазерных импульсов.

Заключение

В заключении мы имеем: действительную часть показателя преломления можно описать метрическим тензором (и массой – константой m), если ввести комплексный метрический тензор (или комплексную диэлектрическую проницаемость), то мнимая часть не будет искривлять пространство-время (и не будет описываться массой m). Однако при нелинейных эффектах будет возникать дополнительное затухание из-за волновых эффектов, связанное с образующейся границей раздела между областями с большим и меньшим показателем преломления: если $n = n_1 + n_2 I$, образуется область (в области пучка света) с повышенным показателем преломления, которая образует волновод. Для лучей света, распространяющихся в волноводной области под углом, большим угла полного внутреннего отражения (например, для волноводных мод высших порядков), будут возникать эванесцентные моды вне волноводной области, соответственно, будет возникать дополнительное затухание, не связанное с поглощением вещества α (ни с электронным, ни с молекулярным), т.е. коэффициент поглощения при нелинейных эффектах будет другим из-за появления границы и волновых эффектов. Также при высокой интенсивности будет происходить насыщение поглощения.

Список литературы

1. Якушенков, П.О. Самофокусировка излучения, как коллапс волнового вектора / П.О. Якушенков // Прикладная фотоника. – 2023. – Т. 10, № 3. – С. 74–81.

2. Lorentz-invariant mass and entanglement of biphoton states / S.V. Vintskevich [et. al.] // Laser Phys. Lett. – 2019. – 16 065203.

3. Ландау, Л.Д. Теоретическая физика. Теория поля. Т. 2 / Л.Д. Ландау, Е.М. Лившиц. – М.: Наука, 1988. – 509 с.

4. Сивухин, Д.В. Общий курс физики: в 5 т. Т. IV. Оптика / Д.В. Сивухин. – М.: Физматлит; Изд-во МФТИ, 2004.

5. Якушенков, П.О. Диэлектрическая проницаемость с точки зрения ОТО / П.О. Якушенков // VIII Междунар. конф. по фотонике и информационной оптике: сб. науч. тр. – М., 2019.

6. Вергелес, С.С. Электодинамика сплошных сред, отдельные вопросы / С.С. Вергелес. – М.: Изд-во МФТИ, 2016. – 38 с.

7. Ханспердже, Р. Интегральная оптика / Р. Ханспердже. – М.: МИР, 1985; Hunsperger, R.G. IntegratedOptics: Theory and Technology / R.G. Hunsperger. – Springer, 2009.

8. Якушенков, П.О. Метод расчёта слоистых структур типа SESAM для скрипта программы моделирования / П.О. Якушенков // Материалы XII Междунар. конф. по фотонике и информационной оптике. – М., 2023. – С. 530–532.

References

1. Yakushenkov P.O. Samofokusirovka izlucheniia, kak kollaps volnovogo vektora [Self-focusing, as the collapse of the wave vector]. *Applied Photonics*, 2023, vol. 10, no. 3, pp. 74-81.

2. Vintskevich S.V. et. al. Lorentz-invariant mass and entanglement of biphoton states. *Laser Phys. Lett.*, 2019, vol. 16, no. 6, p. 065203.

3. Landau L.D., E.M. Livshits Teoreticheskaia fizika. Teoriia polia. Tom 2. Moscow: Nauka, 1988, 509 p.

4. Sivukhin D.V. Obshchii kurs fiziki. Tom IV. Optika. Moscow: Fizmatlit, 2004.

5. Iakushenkov P.O. Dielektricheskaia pronitsaemost' s tochki zreniia OTO [Dielectric constant from the point of view of general relativity]. Sbornik trudov VIII Mezhdunarodnoi konferentsii po fotonike i informatsionnoi optike, 2019.

6. Vergeles S.S. Elektodinamika sploshnykh sred, otdel'nye voprosy. Moscow: Moskovskii fiziko-tekhnicheskii institut, 2016, 38 p.

7. Hunsperger R.G. Integrated Optics: Theory and Technology. Springer, 2009.

8. Iakushenkov P.O. Metod rascheta sloistykh struktur tipa SESAM dlia skripta programmy modelirovaniia [Method for calculating layered structures of the SESAME type for the script of the modeling program]. Materialy XII Mezhdunarodnoj konferencii po fotonike i informatsionnoi optike, 2023, pp. 530-532.

Сведения об авторе

ЯКУШЕНКОВ П.О.
e-mail: loss24680@yandex.ru

Младший научный сотрудник, Физический институт академии наук (г. Москва, Российская Федерация).

About the author

YAKUSHENKOV P.O.
e-mail: loss24680@yandex.ru

Junior Research Fellow, Physical Institute of the Academy of Sciences (Moscow, Russian Federation).

Финансирование. Исследование не имело спонсорской поддержки.
Конфликт интересов. Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.
Вклад автора 100 %.

Получена: 26.04.2024
Одобрена: 29.04.2024
Принята к публикации: 30.04.2024

Financing. The study was not sponsored.
Conflict of Interest. The authors declare no conflict of interest.
The authors' contribution is equal.

Received: 26/04/2024
Approved: 29/04/2024
Accepted for publication: 30/04/2024

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом: Якушенков, П.О. Комплексный показатель преломления при нелинейных эффектах / П.О. Якушенков // Прикладная фотоника. – 2024. – Т. 11, № 2. – С. 49–57.

Please cite this article in English as: Yakushenkov P.O. Complex refractive index with the presence of nonlinear effects. *Applied photonics*, 2024, vol. 11, no. 2, pp. 49-57.